

TD : LA ROTATION DANS LE PLAN

Exercice1 : ABCD est un carré de centre O tel que : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ positif. Soit r_A la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et r_O une rotation de centre O et d'angle α .

- Déterminer $r_A(A)$; $r_A(B)$; $r_A(D)$,
- Comment choisir α pour avoir $r_O(A) = B$?
Comment choisir α pour avoir $r_O(A) = C$?

Exercice2 : ABCD est un carré tel que : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ positif et Soit r la rotation de centre A et d'angle $\pi/2$

Décomposer la rotation r en composée de deux symétries orthogonales

Exercice3 : ABC est un triangle. On construit à l'extérieur deux triangles ABD et ACE isocèles et rectangles en A

- Montrer que : $BE = CD$
- Montrer que : $(BE) \perp (CD)$

Exercice4 : ABC est un triangle tel que : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ positif. On construit à l'extérieur les carrés ABDE et ACFG

Soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$
déterminer : $r(E)$ et $r(C)$

Et Montrer que : $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CE}) \equiv (\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GB}) [2\pi]$

Exercice5 : ABCD est un carré de centre O tel que : $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ positif.

I et J deux points tels que : $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AB}$ et

$$\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{4} \overrightarrow{BC}$$

Montrer que $(OI) \perp (OJ)$ et $OI = OJ$

Exercice6 : ABCD est un carré de centre O tel que : $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ positif. Soit (D) la droite parallèle à (BD) et coupe (AD) en M et coupe (AB) en N et Soit r la rotation de centre O et

d'angle $\frac{\pi}{2}$. E et F les images M et N

respectivement Par la rotation r

- Faire une figure et Montrer que $(EF) \perp (MN)$
- Déterminer l'image de la droite (BD) par la rotation r
- Montrer que $DN = FA$ et $(EF) \parallel (AC)$

Exercice7 : ABC est un triangle isocèles et rectangles en A tel que : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ positif et O le milieu du segment $[BC]$. D et E

deux points tels que : $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CE} = \frac{2}{3} \overrightarrow{CA}$

Montrer que ODE est un triangle isocèles et rectangles en O

Exercice8 : ABCD est un carré tel que : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ positif. et AED et AFB deux triangles équilatéraux

Montrer que les points : E et C et F sont alignés

Exercice9 : ABCD est un carré tel que : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ positif et Soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$

1) déterminer la nature de la transformation suivante : $S_{(AD)} \circ S_{(AB)}$

1) on considère les rotations suivantes : $r\left(A; \frac{\pi}{2}\right)$

et $r'\left(B; \frac{\pi}{2}\right)$ et $r''\left(C; -\frac{\pi}{2}\right)$

déterminer la nature des transformations suivante : $r \circ r'$ et $r \circ r''$

Exercice10 : ABCD est un carré de centre O tel que : $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ négatif. Soient M, N, P et Q quatre points dans le plan tels que : $\overrightarrow{DQ} = \frac{1}{3} \overrightarrow{DA}$ et

$$\overrightarrow{CP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{CD} \text{ et } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{BN} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BC}$$

la droite (AN) coupe les droites (DM) et (BP)

Respectivement en E et F

la droite (CQ) coupe les droites (DM) et (BP)

Respectivement en H et G

Soit r la rotation de centre O et d'angle $-\pi/2$

- 1) Faire une figure dans le cas ou : $AB = 6cm$
- 2) Montrer que : $r(M) = N$ et $r(N) = P$ et $r(P) = Q$ et $r(Q) = M$
- 3) a) Montrer que : $r(F) = G$

b) en déduire que : le triangle FOG est isocèle et rectangle en O

4) a) calculer : $(r \circ r)(F)$ et $(r \circ r)(E)$

4) b) en déduire que : les segments $[EG]$ et $[FH]$ ont le même milieu

5) Montrer que : $EFGH$ est un carré

Exercice11 : $ABCD$ est un carré de centre O

tel que : $(\overline{AB}, \overline{AD}) \equiv \pi/2 [2\pi]$. Soient I, J, K et L les milieux respectivement des segments $[AB]$ et $[BC]$ et $[CD]$ et $[DA]$.

1) Déterminer les mesures des angles suivants :

- a) $(\overline{AC}, \overline{AD})$ b) $(\overline{DA}, \overline{DB})$ c) $(\overline{CD}, \overline{CA})$ d) $(\overline{CA}, \overline{CD})$

2) soit $S_{(AB)}$ la symétrie axiale d'axe (AB)

soit $r_{(A; \frac{\pi}{2})}$ la rotation de centre A et d'angle $\pi/2$

et $t_{\vec{u}}$ la translation de vecteur \vec{u}

Déterminer la nature et les éléments caractéristiques des transformations suivantes :

- a) $F = S_{(AC)} \circ S_{(BD)}$ b) $G = S_{(AC)} \circ S_{(AB)}$
- c) $H = r_{(D; \pi)} \circ r_{(A; \pi)}$ d) $K = r_{(C; \frac{\pi}{2})} \circ r_{(D; \pi)} \circ r_{(A; \frac{\pi}{2})}$

Exercice12 : ABC est un triangle rectangles en A

tel que : $(\overline{BA}, \overline{BC}) \equiv \alpha [2\pi]$ et $\alpha > 0$

Soit r la rotation de centre B et d'angle α .

1) Construire les points E et F tel que : $r(A) = E$ et $r(C) = F$

2) Montrer que $(EF) \perp (BC)$

3) Soit $(AC) \cap (EF) = \{I\}$ et $r(I) = J$

- a) Montrer que les points E ; F et J sont alignés
- b) Montrer que E est le milieu du segment $[IJ]$.

4) Soit $(AB) \cap (IJ) = \{K\}$ Montrer que $r(K) = C$

Exercice13 : ABC est un triangle équilatéral

tel que : $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$ et O le centre de gravité

du triangle ABC

Et I le milieu du segment $[IJ]$.

1) déterminer une droite (D) tel que :

$$r\left(B; -\frac{\pi}{3}\right) = S_{(D)} \circ S_{(BO)}$$

2) déterminer les droites (Δ_1) et (Δ_2) tel que :

$$r\left(O; \frac{2\pi}{3}\right) = S_{(\Delta_1)} \circ S_{(\Delta_2)}$$

3) déterminer la nature de la transformation suivante : $S_{(AI)} \circ S_{(AB)}$

Exercice14 : ABC est un triangle tel que :

$$(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$$

et D l'image de B par symétries orthogonales d'axe (AC) et E l'image de C par symétries orthogonales d'axe (AD)

Montrer que $(\overline{BC}, \overline{BA}) \equiv (\overline{DE}, \overline{DA}) [2\pi]$



« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »
Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs
et exercices

Que l'on devient un mathématicien